

# Modelle fluidelastischer Schwinger (Kurzfassung)

Mahrenholtz, Oskar

Veröffentlicht in:  
Jahrbuch 1985 der Braunschweigischen  
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.17-34



Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

19.4.1985 in Hannover

## Modelle fluidelastischer Schwinger

(Kurzfassung)

Von Oskar Mahrenholtz

Strömungsfreie Schwingungen sind bei der Durchströmung und Umströmung von Körpern anzutreffen, wobei die Anströmung stationär oder instationär sein kann. Kennzeichen aller fluidelastischen Schwingungen ist eine Wechselwirkung zwischen dem strömenden Fluid und der angeströmten Struktur. Die Kopplung wird über die fluidischen Kräfte hergestellt, die ihrerseits von der Strukturbewegung abhängen (Bild 1). Während sich das Verhalten schwingender Strukturen gut berechnen läßt, trifft dies für das interaktive (Um-)Strömungsfeld nur bedingt zu. Daher arbeitet man mit Modellen, die an dominanten Phänomenen orientiert sind.

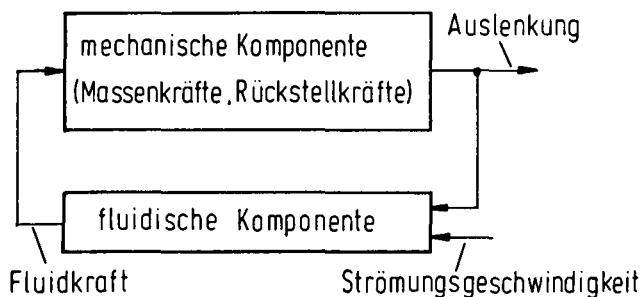


Bild 1: Fluidelastisches System

### Flattern:

Flatterschwingungen sind selbsterregt, die periodischen Strömungskräfte folgen ausschließlich aus der Bewegung des schwingenden Profils. Dramatische Schadensfälle an Flugzeugen lieferten bereits 1916 Impulse für eine erste Analyse des Problems [1, 2]. Ein elementares Modell zum klassischen Flattern ist die elastisch gelagerte Platte mit zwei Freiheitsgraden (Bild 2) in ebener Potentialströmung (Potentialflattern). Für eine grundlegende Betrachtung sind zunächst die vereinfachenden Annahmen erlaubt, daß die Umströmung der schwingenden Platte in jedem Augenblick (quasi)stationär ausgebildet und die relative Anströmung allein von der Translationsbewegung abhängig ist. Beim Überschreiten einer kritischen Anströmungsgeschwindigkeit stellt sich eine Flatterschwingung ein, die sich aus fluidisch gekoppelten Translationsbewegungen  $y(t) = \hat{y} e^{i\omega t}$  und Drehbewegungen  $\varphi(t) = \hat{\varphi} e^{i\omega t}$  zusammensetzt und über eine geeignete Phasenverschiebung zwischen den (komplexen) Amplituden  $\hat{y}$  und  $\hat{\varphi}$  von der Strömung mit Energie versorgt wird. Dämpfung beseitigt diesen gefährlichen Mechanismus

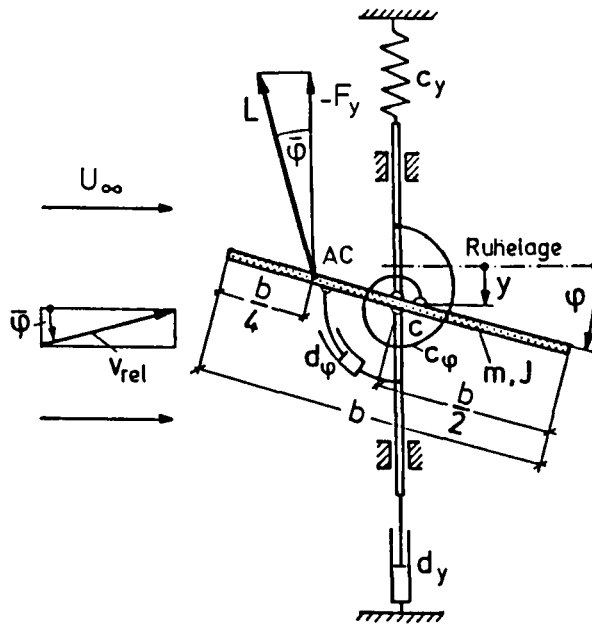


Bild 2: Modell zum Potentialflattern

nicht, sondern verschiebt ihn nur. Kritischen Fällen muß durch konstruktive Maßnahmen begegnet werden. In den zwanziger und dreißiger Jahren dieses Jahrhunderts wurde schließlich ein vollständiges Modell zum Potentialflattern entwickelt, das neben dem Einfluß der Drehbewegung auf die relative Anströmung den transienten Charakter der Umströmung des schwingenden Profils berücksichtigt und die dreidimensionale Strömung an einem endlichen Flügel erfaßt. Hierzu seien die Arbeiten von Wagner [3], Theodorsen [4] und Küssner [5, 6] hervorgehoben.

Das Flattern von Brückendecks, das zur Zerstörung einer Reihe von Hängebrücken geführt hat, zeigt häufig eine kombinierte Torsions- und Biegeschwingung, wie sie auch für das Potentialflattern typisch ist. Da die Strömungsablösungen an einem Brückendeck jedoch keinen potentialtheoretischen Ansatz zulassen, geht der analytische Charakter der Lösung verloren. Das klassische Modell wird zwar strukturell beibehalten, nur müssen die frequenzabhängigen fluiddynamischen Beiwerte experimentell im Windkanal bestimmt werden; sie sind überdies amplitudenabhängig: das im Grunde nichtlineare Modell wird linearisiert betrachtet.

Der Mechanismus des Abreißflatterns, das überwiegend als reine Torsionsschwingung zu beobachten ist, lebt von der Strömungsablösung. Gefährdet sind schlanke Tragflügel oder tragflügelähnliche Profile, vornehmlich solche, die mit großen stationären Anstellwinkeln arbeiten, wie Propeller oder Schaufelblätter. Überschreitet der Anstellwinkel des vom Moment der Strömungskraft elastisch verdrehten Profils den Abreiß-

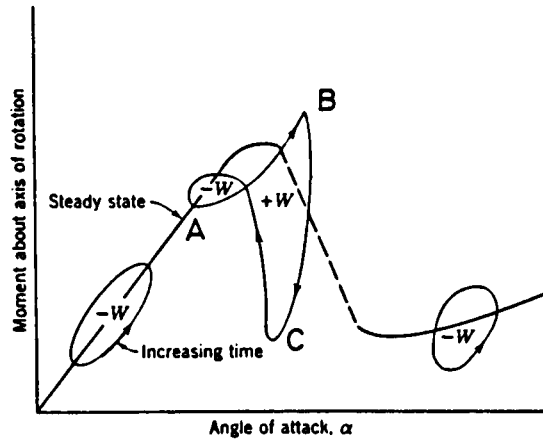


Bild 3: Hysterese beim Abreißflattern (nach Fung [7])

winkel (Bild 3), so bricht der Auftrieb zusammen und der Flügel federt zurück. Dabei wird die skizzierte Hystereseschleife ABC durchlaufen und dem Schwinger Energie zugeführt, allerdings nur in der Umgebung des stationären Abreißwinkels, so daß sich eine endliche Amplitude einstellt.

### Formanregung (Galloping):

Unter Formanregung (in der angelsächsischen Literatur ‚galloping‘, nach den Schwingungen vereister Freileitungen, die an das Galoppieren von Pferden erinnern), versteht man im allgemeinen die Selbsterregung stumpfer Profile zu Translationschwingungen quer zur Anströmrichtung. Den Hartog [8] fand, daß die Instabilität auf einer von der Querschnittsform abhängigen „negativen Quertriebscharakteristik“ beruht, wie in Bild 4 am Beispiel eines Quaderzylinders verdeutlicht ist. Die vom Winkel  $\alpha$  der relativen Anströmung und damit von der Profilbewegung  $\dot{y}$  abhängige Strömungsablösung verursacht eine jeweils in Bewegungsrichtung weisende Strömungskraft  $F_y$ . Ein linearer einfacher Schwinger (Bild 6) folgt dann der Bewegungsgleichung

$$m \ddot{y} + 2 D m \omega_0 \dot{y} + m \omega_0^2 y = F_y.$$

Das physikalische Modell dieser Anregung geht von einem quasistationären Ansatz aus; die Quertriebskraft  $F_y(\alpha)$  wird experimentell an dem stationär unter dem Winkel  $\alpha$  angeströmten Profil durch Messung der statischen Widerstandskraft  $D$  und der statischen Auftriebskraft  $L$  (Bild 6) ermittelt:

$$F_y = -D \sin \alpha - L \cos \alpha.$$

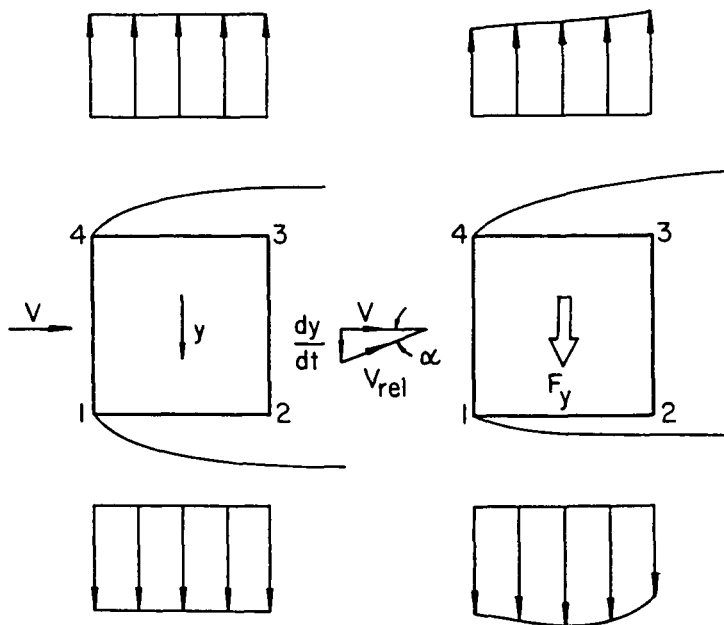


Bild 4: Galloping-Mechanismus (nach Parkinson und Sullivan [9])

Entwickelt man den dimensionalen Beiwert (ebene Strömung, Profillänge ,l')

$$c_{F_y} = \frac{2 F_y}{\rho U_\infty^2 b} = - \frac{1}{\cos \alpha} (c_L + c_D \tan \alpha)$$

in eine Reihe

$$c_{F_y} = \sum_{i=0}^n a_i \left( \frac{\dot{y}}{U_\infty} \right)^i$$

mit  $\alpha = \dot{y}/U_\infty$  für kleine  $\alpha$ , so liefert der Koeffizient

$$a_1 = \left. \frac{d c_{F_y}}{d \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = - \left( \frac{d c_L}{d \alpha} + c_D \right) \Big|_{\alpha=\alpha_0}$$

eine erste Aussage über die Stabilität des Systems. Für verschwindende strukturelle Dämpfung setzt bei Erfüllung des Den Hartog-Kriteriums [8]

$$\left( \frac{d c_L}{d \alpha} + c_D \right) \Big|_{\alpha=\alpha_0} < 0$$

eine weiche Galloping-Erregung ein. Parkinson und Smith [10] approximierten den  $c_{F_y}(\alpha)$ -Verlauf eines Quadrats-Profiles durch eine Potenzreihe 7. Ordnung und lösten die

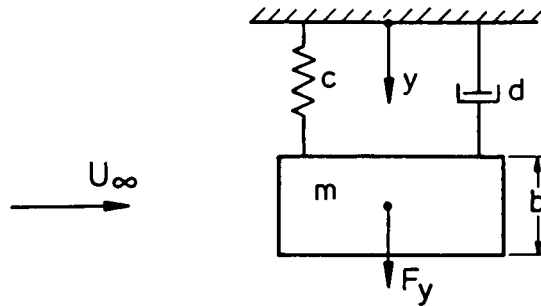


Bild 5: Mechanisches Ersatzsystem

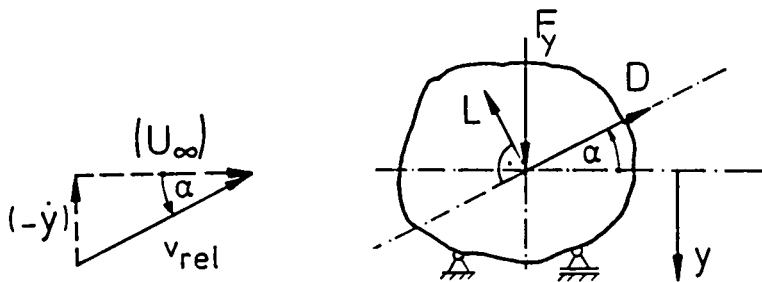


Bild 6: Bestimmung des Quertriebs

schwach nichtlineare Schwingungsgleichung nach dem Verfahren der harmonischen Balance. Die rechnerische Lösung zeigt gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis. Voraussetzung ist allerdings, daß der quasistationäre Ansatz zutrifft. Als Anhaltspunkt hierfür kann – mit der reduzierten Geschwindigkeit  $V_r = U_\infty / (f_0 b)$  – ein Wert  $V_r > 20$  gelten.

### Wirbelanregung

Wirbelanregung tritt an stumpfen Körpern (Widerstandsprofilen) auf, deren Umströmung mit Strömungsablösung verbunden ist. Im Gegensatz zu den bisher erwähnten Anregungsmechanismen ist die Wirbelanregung bereits am ruhenden Körper wirksam. Die mit der Strömungsablösung entstehende Diskontinuitätsfläche zerfällt in eine Wirbelschicht, die sich zu einem Wirbelkern aufrollt. Der Vorgang findet abwechselnd zu beiden Seiten des Körpers statt, wobei die korrespondierenden periodischen Druckkraftschwankungen im wesentlichen quer zur Anströmungsrichtung wirken. Die gestaffelten, gegensinnig drehenden Wirbel schwimmen in den Nachlauf ab und bilden eine Wirbelstraße.

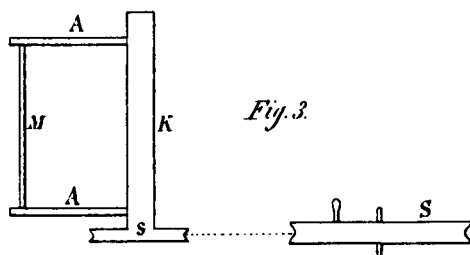


Bild 7: Strouhals Versuchsanordnung (nach Strouhal [11])

Lange Zeit beobachtete man Ursache und Wirkung der Wirbelanregung, ohne daß sie einander zugeordnet werden konnten. Schon im Altertum nutzte man wirbelerregte Schwingungen zum Erklängen der Äolsharfe. Leonardo da Vinci skizzierte Wirbelablösungen an einem Rechteckprofil im Wasserkanal. Strouhal [11] stellte 1878 umfangreiche Untersuchungen mit einer Vorrichtung an, die einen anzuströmenden Stab oder Draht auf einer Kreisbahn führte, und ermittelte einen linearen Zusammenhang zwischen der Tonfrequenz einer angeströmten Saite und der auf den Saitendurchmesser bezogenen Geschwindigkeit. Strouhal meinte, daß die Schwingung „außer allem Zweifel“ auf Reibungseffekten beruhe und längs der Strömungsrichtung stattfände. Lord Rayleigh [12] hingegen gelangte 1879 mit einer sinnreichen Versuchseinrichtung, in der er die Schwingung einer Saite in einer horizontalen, thermisch angetriebenen Luftströmung mit einem Lichtreflex sichtbar machte, zu der Erkenntnis: „The path of the point of light was seen to be nearly rectilinear and vertical, showing that the vibration is across the wind. Sometimes the path was sensibly elliptic with the major axis vertical.“ Eine Erklärung der Anregung gab er allerdings nicht an. Der Zusammenhang mit der periodischen Wirbelablösung wurde erst erkannt, nachdem v. Kármán in den Jahren 1911/12 seine berühmt gewordenen Arbeiten zur Wirbelstraße veröffentlichte [13, 14] und damit die systematische Erforschung der Wirbelablösung und der Wirbelanregung einleitete, die bis heute nicht abgeschlossen ist. Einen Überblick über die hierzu inzwischen sehr umfangreiche Literatur findet man z. B. bei Bublit [15], Berger und Wille [16] und Sarpkaya und Shoaff [17].

Ist das angeströmte Profil elastisch verschieblich, so wirken die angeregten Querschwingungen sowohl auf den Betrag und die Phase als auch auf die Frequenz  $f_w$  der fluidischen Erregung zurück. Bild 8 zeigt Messungen von Feng [18] an einem frei schwingenden, schwach gedämpften Kreiszylinder (Durchmesser  $b$ , Eigenfrequenz  $f_n$ , Strouhalzahl  $S = 0,2$ ) in ebener Luftströmung, aufgetragen über der reduzierten Anströmgeschwindigkeit  $V_r = U_\infty / (f_n b)$ . Für  $V_r < 5$  und  $V_r > 7$  ändert sich die Wirbelfrequenz  $f_w$  wie am unverschieblichen Modell entsprechend der Strouhalbeziehung  $f_w = S \cdot (U_\infty / b)$  proportional zur Anströmgeschwindigkeit. Dazwischen, rechtsseitig vom Punkt  $f_w \approx f_n$ , liegt ein ausgeprägter lock-in-Bereich, in dem die Wirbelfrequenz  $f_w$  von der Bewegungsfrequenz  $f_0$  mit  $f_0 \approx f_n$  diktiert wird. In diesem Intervall, auch als Mitnahme- oder Synchronisationsbereich bezeichnet, wachsen zudem die Amplitude

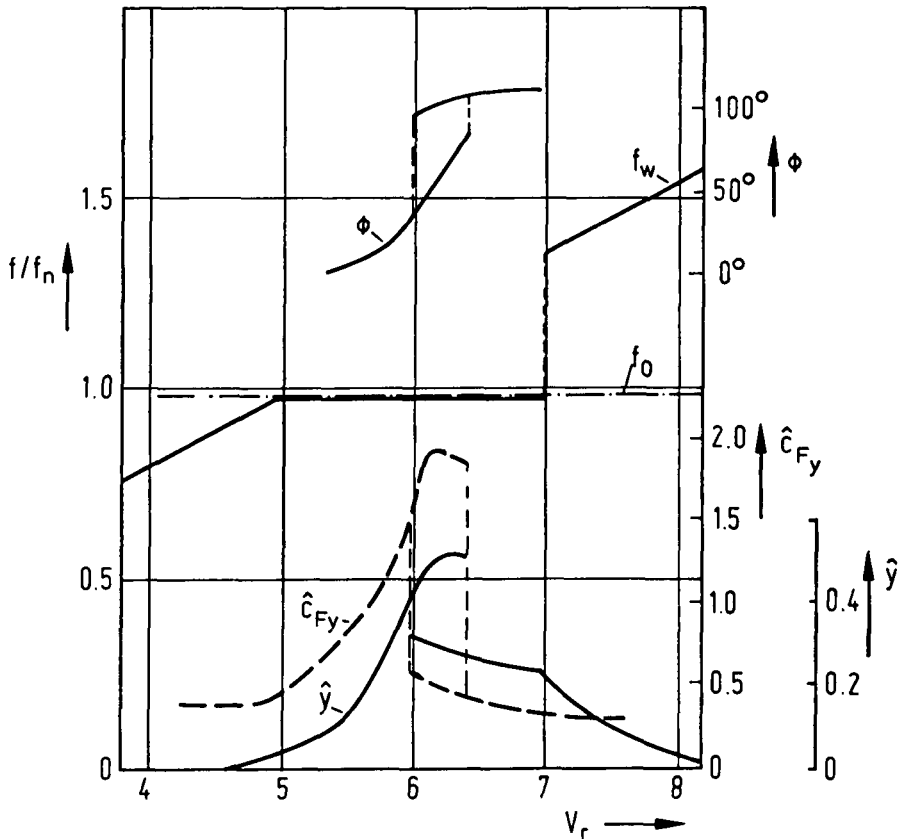


Bild 8: Gemessene Wirbelanregung eines Kreiszylinders (nach Feng [18])

des Quertriebsbeiwertes und der Querschwingung,  $\hat{c}_{Fy}$  und  $\hat{y}$ , sowie der Phasenwinkel  $\Phi$ , um den die Bewegung der Erregung nacheilt, stark an und zeigen ferner ein deutliches Hystereseverhalten, das den nichtlinearen Charakter des Systems unterstreicht.

In dem Bemühen um eine mathematische Beschreibung dieser komplexen fluidelastischen Schwingung haben sich drei unterschiedliche Modellbildungen herauskristallisiert.

Die Strömungsfeldmodelle gründen auf einer Analyse des Strömungsfeldes und entsprechen im Idealfall den vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen, deren Lösung jedoch nur begrenzt möglich ist. Technisch interessante Ergebnisse setzen zusammenfassende, experimentell gestützte Vorgaben voraus. So liefert das 'discrete-vortex-model' von Sarpkaya und Shoaff [17] eine bemerkenswerte Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Feng [18], allerdings keine Abbildung der Hysterese.

Bei den Wirbeloszillatormodellen dagegen, die von Hartlen, Baines und Curry [19] und später z. B. von Landl [20] und Berger [21] entwickelt wurden, verzichtet man auf



eine Betrachtung des Strömungsfeldes und orientiert sich in der Wahl der beschreibenden Gleichungen und Anpassungsparameter lediglich an den angesprochenen Phänomenen.

Ein semiempirisches Modell schließlich stellt einen Formalismus dar, dessen charakteristische Größen in der Interaktion von umströmtem Körper und Fluid identifizierbar und meßtechnisch zugänglich sind. Das bedeutet, daß die Leistungsfähigkeit eines derartigen Modells unmittelbar vom Verständnis der Vorgänge im Strömungsfeld abhängig ist.

Zur Verbesserung des Verständnisses führten Fago, Mahrenholtz und Oltmann [22, 23] Untersuchungen am Quadratprofil durch, in denen Messungen des Energietransfers und der Wirbelfrequenz, die Spektralanalyse des Geschwindigkeitsfeldes sowie fotografische und videotechnische Aufnahmen im Wind- und Wasserkanal zusammengefaßt waren.

Es zeigte sich, daß die wirbelerregte Schwingung eines Quadratzylinders in vorher nicht bekannter Weise durch das Zusammenwirken eines profilinduzierten und eines bewegungsinduzierten Wirbelsystems bestimmt ist. Die profilinduzierten Wirbel (hier auch Strouhal-Wirbel genannt) bilden sich mit der Strouhalfrequenz  $f_w = S (U_\infty/b)$ , die bewegungsinduzierten hingegen mit der Bewegungsfrequenz  $f_0$ .

Der Energietransfer zwischen fluidischem und mechanischem Schwinger kommt in dem von Scruton [24] eingeführten aerodynamischen Dämpfungsbeiwert

$$k_a = m_r \frac{\oint F_y d\dot{y}}{2 \dot{T}_y}$$

zum Ausdruck, in dem die während einer Periode von der Quertriebskraft  $F_y$  geleistete Arbeit auf die maximale kinetische Energie  $\dot{T}_y$  des Schwingers bezogen wird;  $m_r = 2 m / (\rho b^2)$  ist das sogenannte Massenverhältnis ( $m$ : Masse des Schwingers,  $\rho$ : Dichte des Fluids). In Bild 9 ist die aerodynamische Dämpfung eines Quadratzylinders (Kantenlänge  $b = 100$  mm) für verschiedene Amplituden  $\hat{\eta} = \hat{y}/b$  über der reduzierten Geschwindigkeit  $V_r$  aufgetragen. In der Umgebung von  $f_w/f_0 = 1$  ist der  $k_a$ -Wert auffälligen, durch krasse Phasendrehungen bedingten Änderungen unterworfen. Als Orientierungshilfe sind die Werte  $f_w/f_0 = 1,02$  und  $f_w/f_0 = 1,25$  markiert, die den für  $\hat{\eta} = 0,15$  gefundenen lock-in-Bereich eingrenzen (Bild 10). Aus der Wirbelablösefrequenz am ruhenden Modell resultiert eine Strouhalzahl  $S = 0,14$ .

Bild 11 faßt Ergebnisse der Spektralanalyse des Geschwindigkeitsfeldes im Körpernachlauf zusammen. Während die Bewegungsfrequenz  $f_0$  für alle Wertepaare der  $(V_r, S/\hat{\eta})$ -Ebene im Nachlauf anzutreffen ist, verschwindet die Spektrallinie der Strouhalfrequenz  $f_w$  bei einer Grenzamplitude, die von der jeweiligen Anströmgeschwindigkeit abhängt. Der Verlauf dieser Grenzamplitude ist in Bild 11 dargestellt und gibt gleichzeitig über die Abhängigkeit des lock-in-Bereiches von der Schwingungsamplitude Auskunft. In den verschiedenen Bereichen des Grenzamplitudendiagramms stellen sich qualitative Veränderungen des Strömungsfeldes ein, die im Windkanal und im Wasserkanal sichtbar gemacht wurden. Punkt 1 des Grenzamplitudendiagramms ( $V_r S = 0,43$ ;  $\hat{\eta} = 0,1$ ) liegt im „Bereich  $f_0$ “, d. h., das Spektrum des Geschwindigkeits-

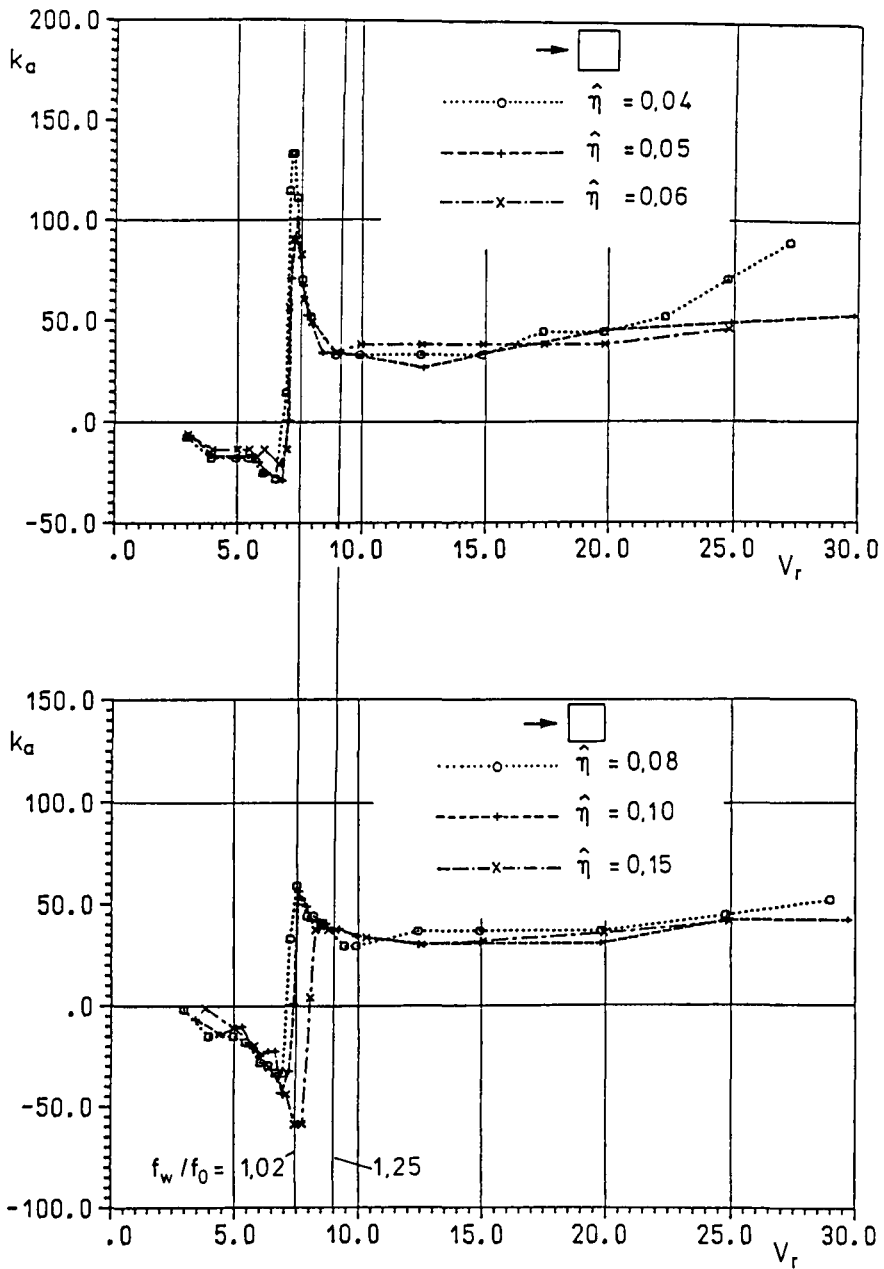


Bild 9: Aerodynamische Dämpfung des Quadratprofils

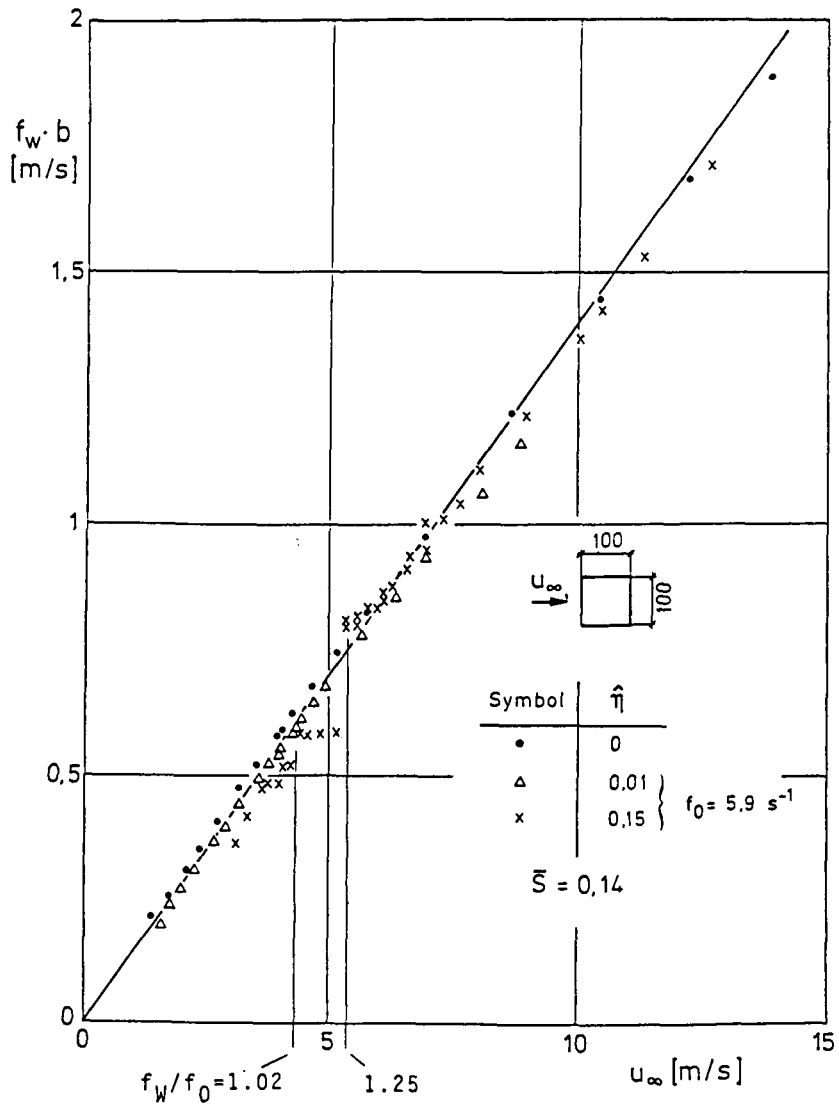


Bild 10: Wirbelablösefrequenz am ruhenden und schwingenden Quadratzylinder

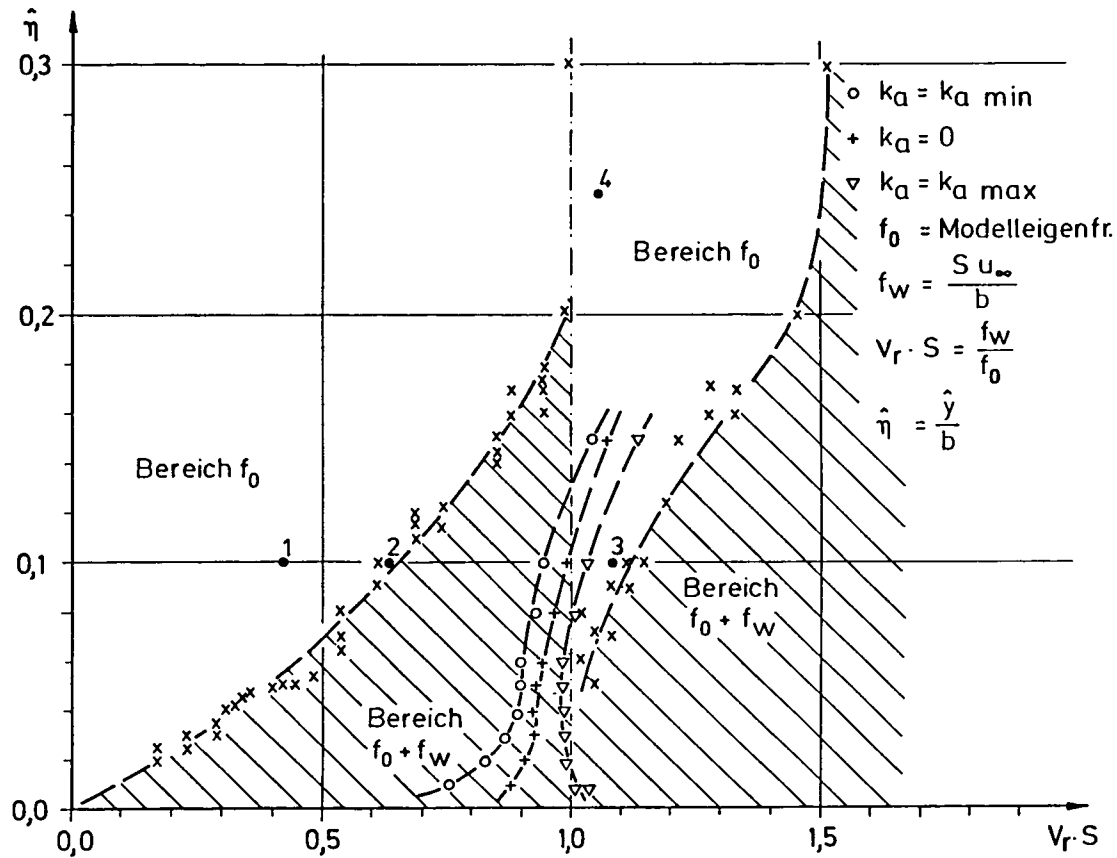
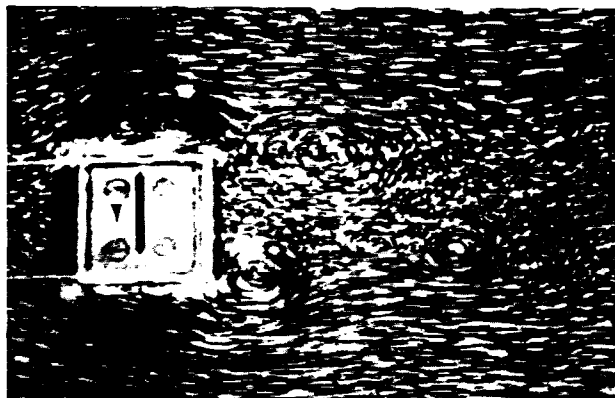


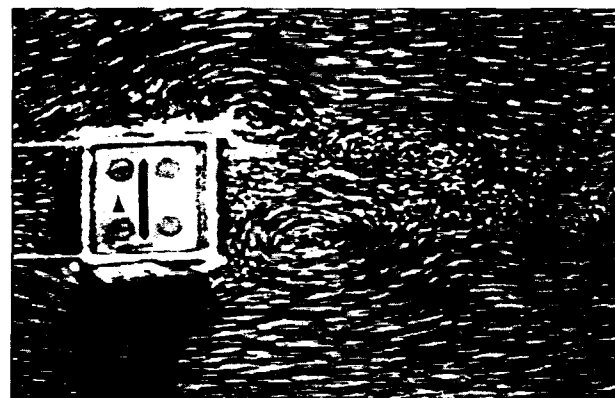
Bild 11: Grenzamplitudendiagramm eines Quadratprofils

feldes in der Umgebung und im Nachlauf des Profils enthält nur die Bewegungsfrequenz  $f_0$  (neben höheren Harmonischen). Die zugehörigen Aufnahmen des Strömungsfeldes (Bilder 12, 13) zeigen ein bewegungsinduziertes Wirbelsystem in Reinkultur ( $Re \approx 5000$ ). Auf der jeweiligen Leeseite des zwangsgeführten Quadrazylinders dreht sich die während der Beschleunigung des Modells von der Vorderkante angelieferte Scherschicht zu einem Wirbel ein, der bereits auf der Flanke voll ausgebildet ist. Die Entstehung dieser Wirbel ist auf eine Interaktion zwischen den gegenüberliegenden, hier durch eine Totwasserzone getrennten Wirbelreihen nicht angewiesen. Zum Vergleich ist in den Bildern 14, 15 ein reiner Kármánwirbel ( $\hat{\eta} = 0$ ,  $Re = 5000$ ,  $S = 0,13$ ) abgebildet. Er absolviert den wesentlichen Teil seines Wachstums auf der Profiltrückseite, dreht sich tief in den Nachlauf und steht in Wechselwirkung mit der gegenüberliegenden Scherschicht. In den Bildern 16 bis 23 (Punkt 2 des Diagramms;  $V_r S = 0,63$ ,  $\hat{\eta} = 0,1$ ) ist der „Bereich  $f_0 + f_w$ “ wiedergegeben. Aus den Videoaufnahmen des Strömungsfeldes, von denen die vorliegenden Bilder abfotografiert sind, ist ersichtlich, daß temporär eine Wirbelstraße auftritt, deren Frequenz der Strouhalzahl folgt (Bilder 16 bis 19). Mit der Differenz zwischen der Bewegungsfrequenz und der Strouhalfrequenz ist jedoch schon nach wenigen Perioden eine ungünstige Phasenlage zwischen den Wirbelsystemen verbunden (Bilder 20 bis 23), deren Kollision sodann zu einer Auflösung der Ordnung im Nachlauf führt. In dieser Phase ist das Spektrum nur von der Bewegungsfrequenz bestimmt, mit der sich weiterhin die Scherschicht von der Vorderkante ablöst. Der sogenannte lock-in-Bereich ist schließlich in den Bildern 24 bis 27 dargestellt. Für  $V_r S = 1,09$ ,  $\hat{\eta} = 0,1$  (Punkt 3) erkennt man in Bild 24 einen linksdrehenden, abschwimmenden Wirbel, dem – wie es sich für eine Kármánsche Wirbelstraße gehört – ein rechtsdrehender Wirbel an der oberen Hinterkante folgen will. Im weiteren Verlauf formiert sich jedoch ein zusätzlicher linksdrehender Wirbel und löst sich vor dem rechtsdrehenden Wirbel ab (Bilder 26, 27). Auf diese Weise wird die alternierende Wirbelstraße von jeweils gleichsinnig drehenden Zweiergruppen gebildet. Der Vorgang ist auf den lock-in-Bereich beschränkt und stabil. Seine Phasenlage ist von der Anströmgeschwindigkeit und der Amplitude abhängig. Die Bilder 28 bis 31 zeigen den entsprechenden Ablauf bei  $V_r S = 1,06$  und einer größeren Amplitude  $\hat{\eta} = 0,25$  für zwei rechtsdrehend aufeinanderfolgende Wirbel.

Die dargestellten Beobachtungen werfen – zumindest beim Quadratprofil – Zweifel an den gängigen Interpretationen des lock-in-Bereiches auf. Es ist nicht sinnvoll, in Anlehnung an einen fremderregten van der Pol-Schwinger vom lock-in zu sprechen, wenn der Mechanismus, der den selbsterregten, fluidischen Schwinger determiniert, nämlich die Kármánsche Wirbelstraße, nicht mehr existiert.

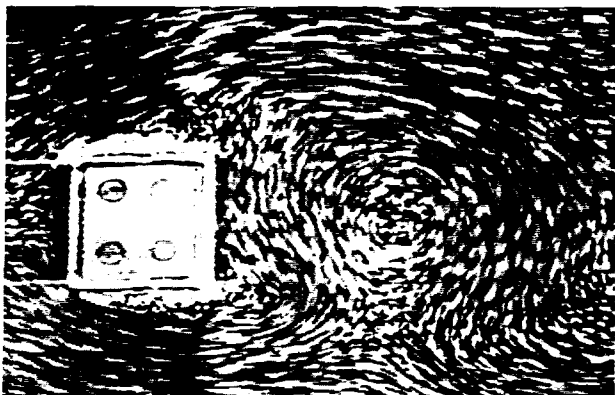


12

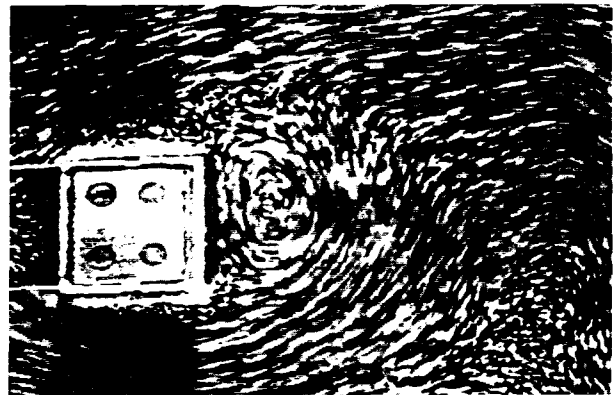


13

Bilder 12, 13: „Bereich  $f_0$ “ (Punkt 1)

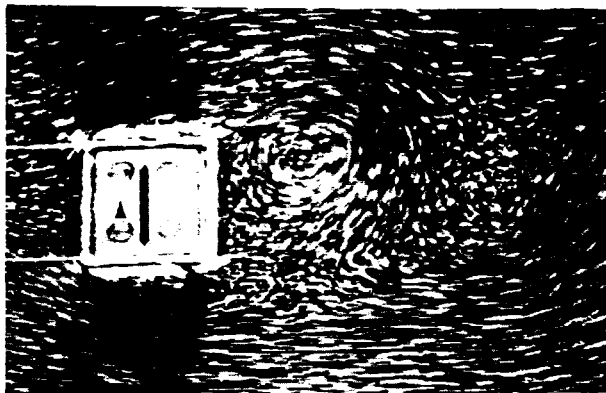


14

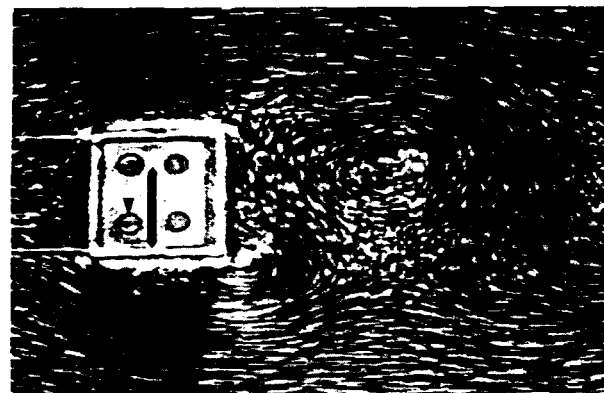


15

Bilder 14, 15: Kármánwirbel am ruhenden Modell

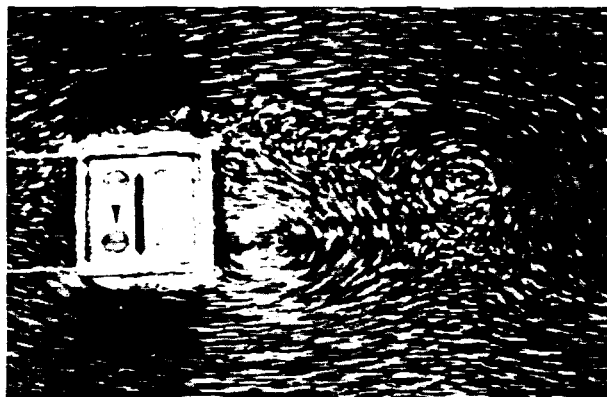


16

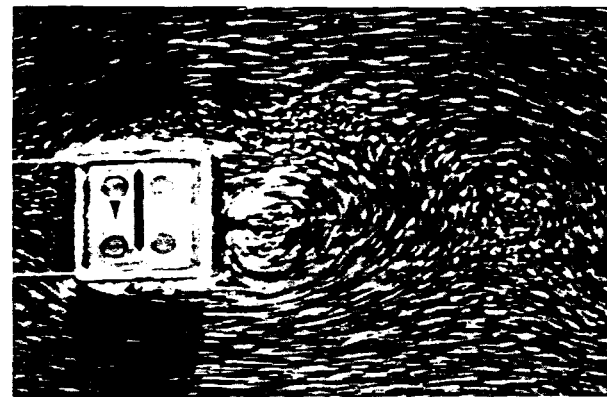


17

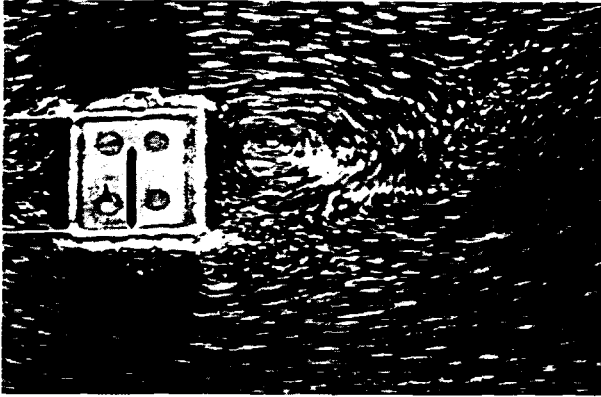
Bilder 16 bis 19: „Bereich  $f_0 + f_w$ “ (Punkt 2)



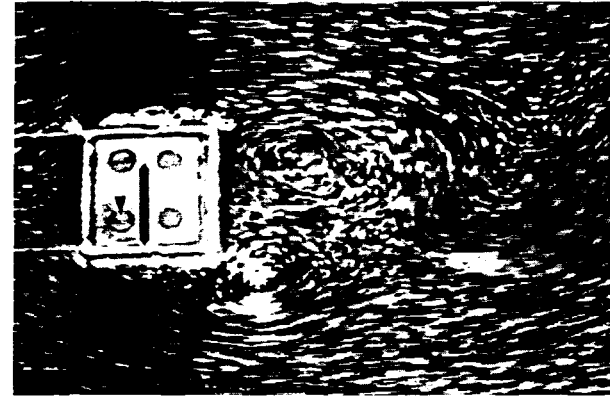
18



19

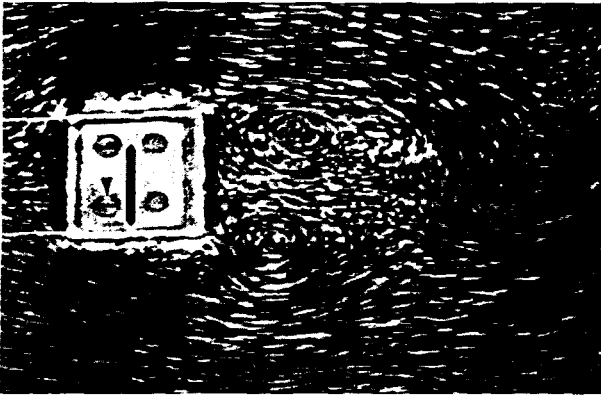


20

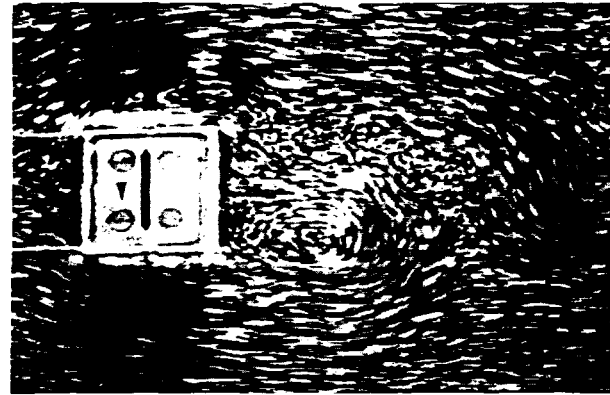


21

Bilder 20 bis 23: „Bereich  $f_0 + f_w$ “ (Punkt 2)

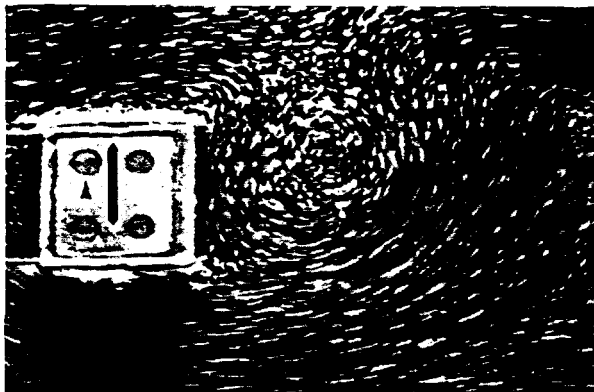


22



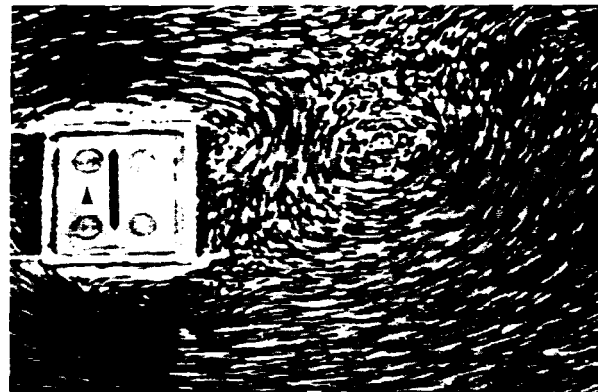
23



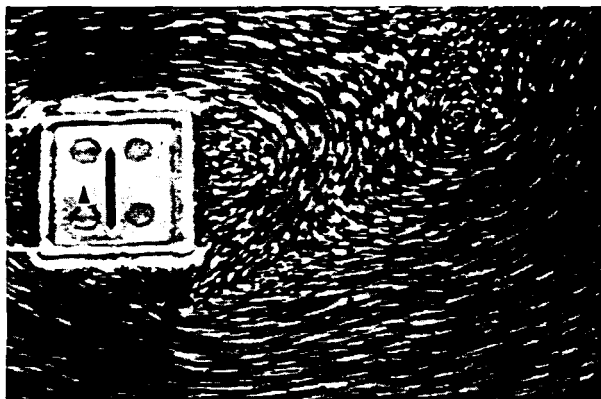


24

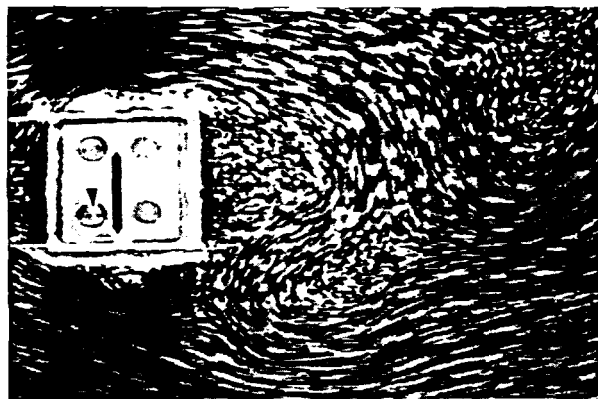
Bilder 24 bis 27: „lock-in-Bereich“ (Punkt 3)



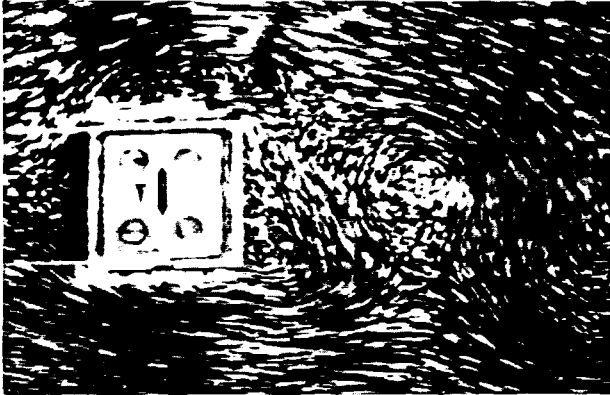
25



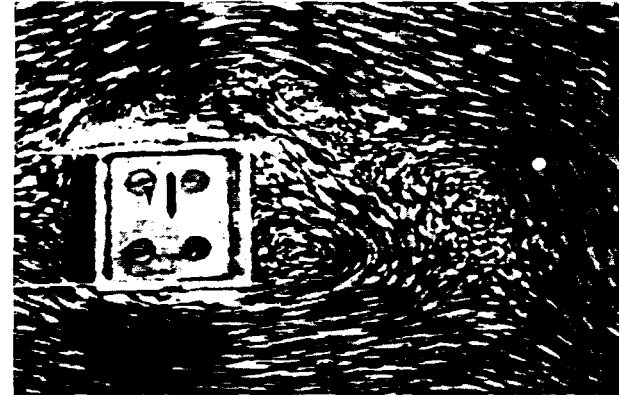
26



27

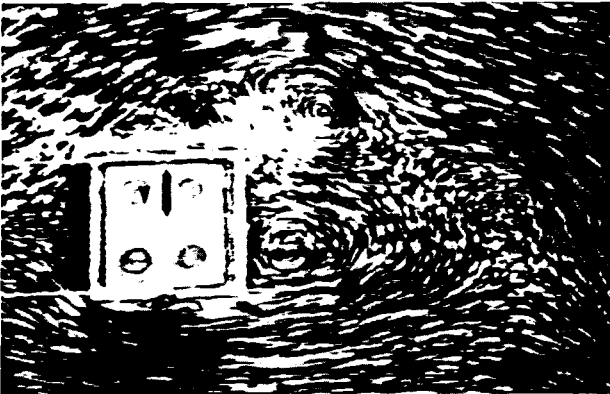


28

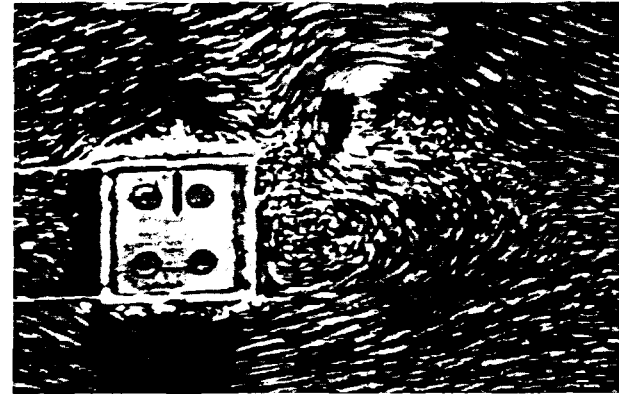


29

Bilder 28 bis 31: „lock-in-Bereich“ (Punkt 4)



30



31

### Literatur

- [1] Lanchester, F.W.: Torsional Vibration of the Tail of an Aeroplane, Aeron. Research Com. R. u. M. 276, Part 1 (1916).
- [2] Bairstow, L. und Fage, A.: Oscillation of the Tail Plane and Body of an Aeroplane in Flight, Aeron. Research Com. R. u. M. 1041 (1925).
- [3] Wagner, H.: Über die Entstehung des dynamischen Auftriebs von Tragflügeln, ZAMM, Bd. 5 (1925), 17–35.
- [4] Theodorsen, Th.: General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, NACA, Rep. 496 (1935).
- [5] Küssner, H.G.: Zusammenfassender Bericht über den instationären Auftrieb von Flügeln, Luftfahrtforsch., Bd. 13 (1936), 410–424.
- [6] Küssner, H.G.: Allgemeine Tragflächentheorie, Luftfahrtforsch., Bd. 17 (1940), 370–378.
- [7] Fung, Y.C.: An Introduction to the Theorie of Aeroelasticity, Dover Publications, Inc., New York 1969.
- [8] Den Hartog, J.P.: Transmission Line Vibration due to Sleet, Trans. AIEE 49 (1930), 444.
- [9] Parkinson, G.V. und Sullivan, P.P.: Galloping Response of Towers. In: Proc. 3d Colloq. on Industrial Aerodyn., Aachen 1978, S. 21–34.
- [10] Parkinson, G.V. und Smith, J.D.: An Aeroelastic Oscillator with two Stable Limit Cycles, J. of Appl. Mech., Trans. ASME (June 1962), 444–445.
- [11] Strouhal, V.: Über eine besondere Art der Tonerregung, Annalen Physik u. Chemie, Bd. V (1878), 216–251.
- [12] Rayleigh, Lord (J.W. Strutt): Acoustical Observations II, Phil. Mag. VIII, No. 42 (1879), 149–162.
- [13] Kármán, Th. v.: Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt, Nachr. v. d. Königl. Gesellsch. d. Wissenschaft in Göttingen (1911), 509–517.
- [14] Kármán, Th. v. und Rubach, H.: Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes, Phys. Zeitschr. 13 (1912), 45–49.
- [15] Bublitz, P.: Übersicht über das Problem des querangeströmten Kreiszyinders unter besonderer Berücksichtigung instationärer Vorgänge, AVA-Bericht 67 J 09 (1967).
- [16] Berger, E. und Wille, R.: Periodic Flow Phenomena, Annual Review of Fluid Mech. 4 (1972), 313–340.
- [17] Sarpkaya, T. und Shoaff, R.L.: A Discrete-Vortex Analyses of Flow about Stationary and Transversely Oscillating Circular Cylinderes, NPS-69SL79011, Naval Postgrad. School, Monterey 1979.
- [18] Feng, C.C.: The Measurement of Vortex Induced Effects in Flow Past Stationary and Oscillating Circular and D-Section Cylinders, M. A. Sc. Thesis, U. British Columbia, 1968.
- [19] Hartlen, R.T., Baines, W.D. und Curry, I.G.: Vortex-excited Oscillations of a Circular Cylinder. UT Mech E TPO 6809, Dep. of Mech. Engineering, Univ. of Toronto, Nov. 1968.
- [20] Landl, R.: Ein Modell für strömungserregte Schwingungen, DFVLR, Inst. für Turbulenzforsch., Berlin 1974.
- [21] Berger, E.: Zwei fundamentale Aspekte wirbelerregter Schwingungen. Abschlußber. z. Forsch. DFG-AZ Be 343/12, 1984.
- [22] Fago, B., Mahrenholtz, O. und Oltmann, R.: Untersuchungen zum bewegungsinduzierten Wirbel bei stumpfen Körpern. Abschlußber. z. Forsch. DFG-AZ Ma 358/27-1, 1985.
- [23] Fago, B.: Wirbelablösung am oszillierenden prismatischen Körper, Vortr. Obersem. f. Mech. (unveröffentl.), Univ. Hannover, 1984.
- [24] Scruton, C.: On the Wind-Excited Oscillations of Stacks, Towers and Masts. In: Proc. 1st Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures. Teddington 1963.